

## Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2019-20

**PROFESOR/A:** Yago Antolín y José Luis Fernández

### 1.- **TÍTULO:** Secuencias automáticas y fronteras naturales

**Resumen/contenido:** Una secuencia automática  $\{a_n\}$  es una secuencia de números generada por máquina muy simple que puede describirse como un grafo finito etiquetado y dirigido. Si  $F$  es un cuerpo y  $a_i$  es un elemento de  $F$ , a la secuencia  $\{a_n\}$  le podemos asociar una serie de potencias  $g(x) = \sum a_i x^i \in F[[x]]$ . Si  $F$  es un cuerpo finito, el teorema de Christol que caracteriza  $g(x)$  es la solución de una ecuación algebraica. El teorema de Cobham da una condición suficiente para que  $g(x)$  sea la solución de una ecuación lineal (i.e.  $g(x)$  es una función racional).

Una vez entendidas estas herramientas para cuerpos finitos, estudiaremos como se pueden deducir resultados clásicos sobre funciones complejas, como el teorema de Fatou (si una serie de coeficientes enteros converge en el disco unidad, entonces o bien es racional o bien es trascendente sobre  $\mathbb{Q}(x)$ ) o el teorema de Carlson (con una dicotomía similar entre ser racional o admitir el círculo unidad como frontera natural).

### **Bibliografía/referencias:**

[1] Jean-Paul Allouche, Jeffrey Shallit. Automated Sequences, Theory, Applications, Generalizations. Cambridge University Press.

[2] Sanford L. Segal, Nine Introductions in Complex Analysis - Revised Edition, Volume 208 (North-Holland Mathematics Studies)